OFFICE DU BACCALAUREAT DU CAMEROUN

....

DIRECTION

....

DIVISION DES EXAMENS

REPUBLIQUE DU CAMEROUN

....

Paix – Travail – Patrie

....

CORRIGÉ HARMONISÉ NATIONAL

EXAMEN : BACCALAUREAT

EPREUVE : MATHÉMATIQUES

SÉRIE / SPÉCIALITÉ : D et TI

COEFFICIENT :4

SESSION : 2025

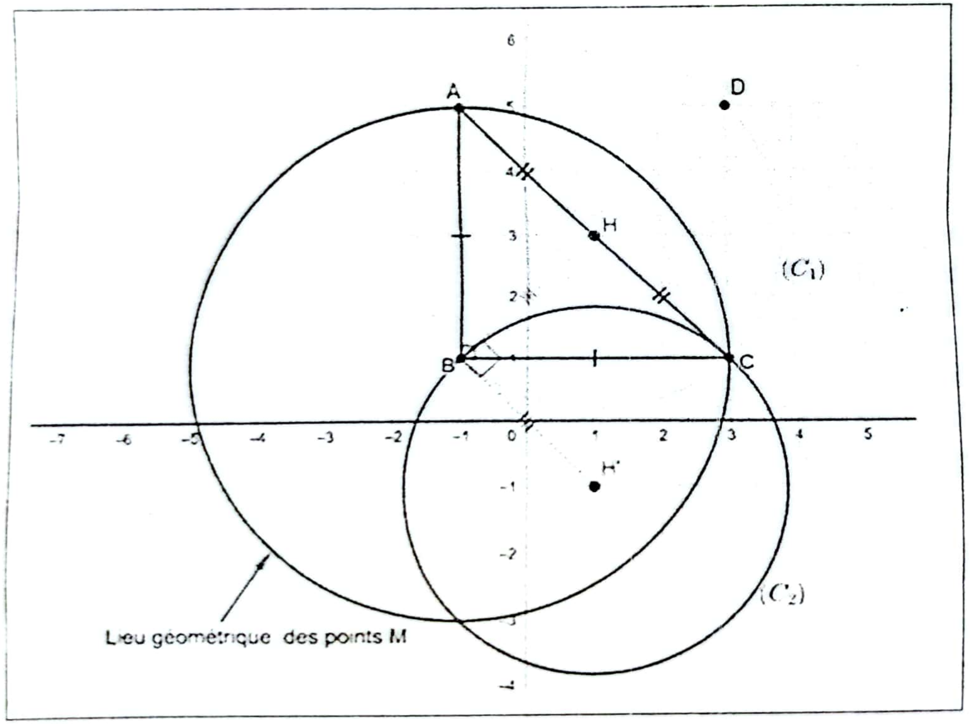
DUREE : 4 h

REFERENCES ET SOLUTIONS	BAREMES	COMMENTAIRES
Partie A : Evaluation des ressources	15 points	
EXERCICE 1	04 points	*NB : Pour cet exercice, la forme des résultats attendus n'est pas exigible*
1. Calculons la probabilité des événements suivants : **(E_1) : « les boules tirées ont la même couleur »** $P(E1) = \frac{C_5^3+C_3^3+C_4^3}{C_{12}^3} = \frac{15}{220} = \frac{3}{44}$	1 pt	**0,5 pt** pour la démarche et **0,5 pt** pour le résultat
(E_2) : « les boules tirées présentent trois couleurs » $P(E2) = \frac{C_5^1 \times C_3^1 \times C_4^1}{C_{12}^3} = \frac{60}{220} = \frac{3}{11}$	0,5 pt	**0,25 pt** pour la démarche et **0,25 pt** pour le résultat
(E_3) : « les boules tirées ont des couleurs différentes » $P(E3) = 1 - P(E1) = \frac{41}{44}$	0,5 pt	**0,25 pt** pour la démarche **0,25 pt** pour le résultat
2. a) Justifions que la loi de probabilité de X est celle proposée	1 pt	**0,25 pt** pour chaque justification de calcul.

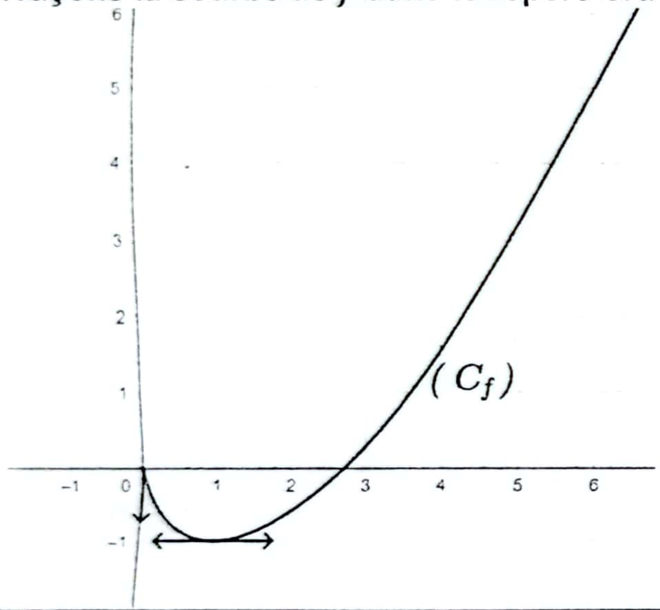
Valeurs de x_i	0	1	2	3
$P(X = x_i)$	$\frac{C_4^0 \times C_8^3}{C_{12}^3} = \frac{56}{220}$.	$\frac{C_4^1 \times C_8^2}{C_{12}^3} = \frac{112}{220}$	$\frac{C_4^2 \times C_8^1}{C_{12}^3} = \frac{48}{220}$.	$\frac{C_4^3 \times C_8^0}{C_{12}^3} = \frac{4}{220}$

2.b) Calculons l'espérance mathématique de X $E(X)=\sum_{i=0}^{3}x_i\times P(X=x_i)=\frac{0\times56+1\times112+2\times48+3\times4}{220}=\frac{220}{220}=1$	**0,5 pt**	**0,25 pt** pour la démarche et **0,25 pt** pour le résultat
2.c) Calculons la variance de X $V(X)=\sum_{i=0}^{3}{x_i}^2\times P(X=x_i)-E(X)^2=\frac{0\times56+1\times112+4\times48+9\times4}{220}-1=\frac{120}{220}=\frac{6}{11}$	**0,5 pt**	**0,25 pt** pour la démarche et **0,25 pt** pour le résultat
EXERCICE 2	**03 points**	
1.a) Développons et réduisons $(1+\sqrt{5})^2$ $(1+\sqrt{5})^2=6+2\sqrt{5}$	**0,25 pt**	
1.b) Montrons par récurrence que pour tout entier naturel $n, 1\leq u_n<\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ $u_0=1\ et\ u_{n+1}=\sqrt{1+u_n}$ Au rang $n=0$, on a $u_0=1$ et on a bien $1\leq u_0<\frac{1+\sqrt{5}}{2}$. *Soit p un entier naturel tel que $p\geq1$;* supposons que $1\leq u_p<\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ et montrons que $1\leq u_{p+1}<\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ $1\leq u_p<\frac{1+\sqrt{5}}{2}\Leftrightarrow 2\leq 1+u_p<\frac{3+\sqrt{5}}{2}\Leftrightarrow 2\leq 1+u_p<\frac{(1+\sqrt{5})^2}{4}$. Par conséquent, $1\leq\sqrt{2}\leq u_{p+1}<\frac{1+\sqrt{5}}{2}$. En conclusion, pour tout $n\in\mathbb{N}$, on a $\mathbf{1\leq u_n<\frac{1+\sqrt{5}}{2}}$	**0,5 pt**	**0,25 pt** *pour l'initialisation* **0,25 pt** *pour l'hérédité et la conclusion*
2. On donne la fonction f définie sur $[0,+\infty[$ $f(x)=\sqrt{1+x}$ **2.a) Montrons que pour tout** $x\in\left[1;\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right[, f(x)>x$ $f(x)$ **et** x **sont des valeurs positives.** $f(x)>x\Leftrightarrow f(x)^2>x^2\Leftrightarrow x^2-x-1<0\Leftrightarrow x\in\left]\frac{1-\sqrt{5}}{2};\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right[$. Si $x\in\left[1;\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right[\subset\left]\frac{1-\sqrt{5}}{2};\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right[$ alors $f(x)>x$.	**0,75 pt**	**0,5 pt** pour la démarche **0,25 pt** pour la conclusion

2.b) Montrons que pour tout entier n, $u_{n+1} > u_n$ On a $1 \leq u_n < \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ et d'après la question 2.a) $f(x) > x$ par conséquent $f(u_n) > u_n$ est donc $u_{n+1} > u_n$	0,5 pt	**0,25 pt** pour la démarche **0,25 pt** pour la conclusion
2.c) Déduisons des questions précédentes que la suite (u_n) converge Pour $n \in \mathbb{N}$,on a $u_{n+1} > u_n$ et $u_n < \frac{1+\sqrt{5}}{2}$. La suite (u_n) est donc croissante et majorée par $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$, par conséquent elle converge.	0,25 pt	
4.a) Montrons que $l \geq 1$ On a pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n \geq 1$ et par passage aux limites, on a $\lim\limits_{n\to+\infty} (u_n) \geq 1$ donc $l \geq 1$	0,25 pt	**NB : La question 3) n'existe pas.**
4.b) Déterminons la valeur de l l est solution de l'équation $f(x) = x \Leftrightarrow \sqrt{x+1} = x \Leftrightarrow x^2 - x - 1 = 0$ dont l''unique solution positive est $x = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ et alors $l = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$.	0,5 pt	**0,25 pt** pour la démarche et **0,25 pt** pour le résultat
EXERCICE 3	*04,25 points*	
1.a) Donnons la forme algébrique de $\frac{z_B - z_C}{z_B - z_A}$ $z_A = -1 + 5i,\ z_B = -1 + i\ et\ z_C = 3 + i$. On a $\frac{z_B - z_C}{z_B - z_A} = \frac{-1+i-3-i}{-1+i+1-5i} = \frac{-4}{-4i} = -i$ donc $\frac{z_B - z_C}{z_B - z_A} = -i$	0,5 pt	**0,25 pt** pour la démarche et **0,25 pt** pour le résultat
1.b) Déduisons-en la nature exacte du triangle ABC $\frac{z_B - z_C}{z_B - z_A} = -i$ entraine que ABC est un triangle rectangle et isocèle de sommet B.	0,5 pt	**0,25 pt** pour rectangle et **0,25 pt** pour isocèle. **NB : Le sommet principal n'est pas exigible.**
2.a) Donnons l'expression complexe de la similitude S S est d'expression complexe $z' = az + b$ où $a\ et\ b$ sont des nombres complexes $S(B) = B$ entraine $a(-1+i) + b = -1 + i$ et $S(A) = C$ entraine $(-1+5i)a + b = 3 + i$. On obtient le système : $\begin{cases} a(-1+i) + b = -1 + i \\ (-1+5i)a + b = 3 + i \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -i \\ b = -2 \end{cases}$. En conclusion $\boldsymbol{z' = -iz - 2}$	0,5 pt	**0,25 pt** pour la démarche et **0,25 pt** pour le résultat
2b) Déduisons-en les éléments caractéristiques de S S est une similitude directe de rapport $k = \|-i\| = 1$. S est donc une rotation d'angle $\theta = Arg(-i) = -\frac{\pi}{2}$ et de centre B.	0,5 pt	**0,25 pt** pour le rapport et **0,25 pt** pour l'angle

<table>
<tr><td>3. (C1) est le cercle de centre H milieu de $[AC]$ et de rayon $[BH]$</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>3.a) Donnons une équation cartésienne du cercle (C2) image de (C1) par la similitude S
Le point H milieu de $[AC]$ a pour affixe $z_H = \frac{z_A+z_C}{2} = 1+3i$ et son image H' par S a pour affixe $z_{H'} = -i(1+3i)-2 = 1-i$. (C2) est le cercle de centre H' et de même rayon $BH = |z_B - Z_H| = 2\sqrt{2}$
Une équation cartésienne de (C2) est :
$(x-1)^2+(y+1)^2 = (2\sqrt{2})^2$ $c'est\ à\ dire$ $x^2+y^2-2x+2y-6=0$</td><td>0,75 pt</td><td>0,25pt pour le centre ; 0,25pt pour le rayon et 0,25 pt pour une équation cartésienne du cercle (C2)</td></tr>
<tr><td>3.b) Représentons (C2) dans le repère

</td><td>0,5 pt</td><td></td></tr>
</table>

4.a) Plaçons dans le repère précèdent le point D tel que $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}$	**0,25 pt**	**Voir figure**
4.b) Déterminons puis représentons le lieu géométrique des points M tels que $\left\Vert\overrightarrow{MD} - \overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MC}\right\Vert = \left\Vert\overrightarrow{BC}\right\Vert$ Posons $G = Bar\{(D,1),(A,-1),(C,-1)\}$, on a $\overrightarrow{GD} - \overrightarrow{GA} - \overrightarrow{GC} = \vec{0} \Rightarrow \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{GC}$ donc $G = B$ car ABCD est un parallélogramme. On a donc $\overrightarrow{MD} - \overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MC} = -\overrightarrow{MB}$ par conséquent $\left\Vert\overrightarrow{MD} - \overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MC}\right\Vert = \left\Vert\overrightarrow{BC}\right\Vert \Leftrightarrow MB = BC$ donc $MB = 4$. M est sur le cercle de centre B et de rayon 4	**0,75 pt**	**0,5 pt** pour la nature et le centre du lieu géométrique et **0,25pt** pour la figure
EXERCICE 4	**03,75 points**	
On considère la fonction f définie par $f'x) = xlnx - x \ si \ \ x > 0$ et $f(0) = 0$		
1. Déterminons l'ensemble de définition de f $D_f = [0,+\infty[$	**0,5 pt**	
2. Calculons la limite de f en $+\infty$ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} x(lnx - 1) = +\infty$	**0,25pt**	
3. Etudions la dérivabilité de f en 0 $\lim\limits_{x\to0} \frac{f(x)-f(0)}{x} = \lim\limits_{x\to0^+}(lnx - 1) = -\infty$ et donc la fonction f n'est pas dérivable en 0	**0,5 pt**	**0,25 pt** pour la démarche et **0,25 pt** pour la conclusion
4. Déterminons la dérivée f' $f'(x) = (xlnx)' - 1 = x'lnx + x(lnx)' - 1 = lnx + 1 - 1 = lnx$ et ainsi pour $x > 0$, $f'(x) = lnx$	**0,5 pt**	
5. Dressons le tableau de variations de f $f'(x) = 0 \Leftrightarrow lnx = 0 \Leftrightarrow x = 1$ $\begin{array}{c\|ccccc} x & 0 & & 1 & & +\infty \\ \hline f'(x) & & - & 0 & + & \\ \hline f(x) & 0 & \searrow & -1 & \nearrow & +\infty \end{array}$	**0,75 pt**	**0,25 pt pour chaque ligne du tableau de variations**

6. Montrons que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution x_0 dans $]2,3[$ f est continue et strictement croissante sur l'intervalle $[1,+\infty[$. $f(2) = -0{,}61$; $f(3) = 0{,}29$. $f(2) \times f(3) < 0$, donc l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution x_0 dans $]2,3[$	**0,5 pt**	**0,25 pt** pour la continuité et la stricte monotonie de f **0,25 pt** pour $f(2) \times f(3) < 0$
7. Traçons la courbe de f dans le repère orthonormé (O, I, J)  	**0,75 pt**	**0,25pt** pour la demi-tangente verticale **0,5 pt** pour l'allure de la courbe
PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES	**05 points**	
REFERENCES ET SOLUTIONS	**Critères**	**Indicateurs et barèmes**
<u>Tâche 1</u> : **Donnons une estimation de la recette de la septième production de M. Assako** Soit x le rang de l'année et y la production en tonnes au cours de l'année de rang x. La production étant proportionnelle au rang x, on a : $y = kx$. Or pour $x = 1$ et $y = 0{,}125$, on a $k = 0{,}125$. D'où $y = 0{,}125x$. La recette à la septième année est $y = 0{,}125 \times 7 = 0{,}875$ tonne ; ce qui correspond à la recette $R = 0{,}875 \times 1000 \times 1800 = 1.575.000$. Soit $1.575.000\ FCFA$	C_1 : Interprétation correcte de la situation **0,5 pt**	**0,5 pt** pour le choix d'un outil convenable à la recherche du problème posé.
	C_2 : utilisation correcte des outils **0,5pt**	**0,5 pt** pour la valeur $1.575.000\ FCFA$

	C3 : Cohérence **0,5pt**	**0,5pt** pour un bon enchainement des étapes
<u>**Tache 2**</u> **: Donnons une estimation de la recette de la septième production de M. Ebéné** • Déterminons la droite d'ajustement par la méthode de Mayer Les points moyens partiels ont pour coordonnées respectives : $G_1\left(2;\frac{59}{60}\right)$ *et* $G_2(5,\frac{131}{60})$ Une équation de la droite de Mayer (D) est $y = ax + b$ où $a = \frac{\frac{131-59}{60}}{5-2} = \frac{1,2}{3} = \frac{2}{5}$. Comme le point $G_1\left(2;\frac{59}{60}\right)$ appartient à cette droite, on a $b = \frac{59}{60} - \frac{2}{5} \times 2 = \frac{11}{60}$ et donc $y = \frac{2}{5}x + \frac{11}{60}$. • Déterminons le nombre de tonnes produit à la septième année et une estimation de la recette En prenant $x = 7$, on a $y = \frac{2}{5} \times 7 + \frac{11}{60} = \frac{168}{60} + \frac{11}{60} = \frac{179}{60}$. Le nombre de tonnes à la septième année est $y = \frac{179}{60}$ qui correspond à la recette $R = \frac{179}{60} \times 1000 \times 1200 = 3.580.000$. Soit $3.580.000\ F\ CFA$	**C1 :** Interprétation correcte de la situation **0,5 pt**	0,5 pt pour l'idée d'utiliser un ajustement **NB : On peut utiliser aussi un ajustement par la méthode des moindres carrés.**
	C2 : utilisation correcte des outils **0,5pt**	**0,25 pt** *pour une équation de la droite d'ajustement* ***0,25 pt pour la recette correspondante***
	C3 : **Cohérence** **0,5pt**	0,5 pt pour le bon enchainement des étapes
<u>***Tâche 3***</u> : ***Examinons s'il est juste d'affirmer que les six premières années que M.Assako a gagné en moyenne plus d'argent que M. Ebéné*** • *Calculons la production moyenne en six années chez Ebéné et la recette moyenne* $\bar{y}_E = \frac{0,45+1+1,5+1,75+2,25+2,55}{6} = \frac{9,5}{6} = \frac{95}{60}$ et la recette moyenne est $R_E = \frac{95}{60} \times 1000 \times 1200 = 1.900.000$. Soit $1.900.000\ F\ CFA$ • Calculons la production moyenne en six années chez Assako et la recette moyenne $\bar{y}_A = \frac{0,125\times(1+2+3+4+5+6)}{6} = \frac{2,625}{6} = 0,4375$ et la recette moyenne $R_A = 0,4375 \times 1000 \times 1800 = 787.500$. Soit $787.500\ FCFA$; Il n'est donc pas juste d'affirmer que Assako a gagné en moyenne plus d'argent que Ebéné.	**C1 :**Interprétation correcte de la situation **0,5 pt**	0,25 pt pour l'idée de calculer chaque production moyenne
	C2 : utilisation correcte des outils **0,5pt**	0,25 pt pour chaque recette moyenne trouvée
	C3 : **Cohérence** **0,5 pt**	0,5 pt pour le bon enchainement du raisonnement
Présentation	**0,5 pt**	

Fait à Yaoundé le 31/05/2025

Le Président du jury

Tel 699657338

Tchouaffi Romuald

PLEG . Hors Echelle