



## CORRIGÉ HARMONISÉ NATIONAL

EXAMEN: BACCALAURÉAT  
ÉPREUVE : MATHÉMATIQUES  
SÉRIES : C/E

SESSION : 2025  
DURÉE : 4 Heures  
COEFFICIENTS : 7(C)/6(E)

PARTIE A : ÉVALUATION DES RESSOURCES (13,25 points)		
RÉFÉRENCES ET SOLUTIONS	BARÈMES	COMMENTAIRES
<b>EXERCICE 1 : 3 points</b>		
<p>1) Déterminons la matrice A de f dans la base B.</p> $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & 2 \\ 2 & -1 & -5 \end{pmatrix}.$	0,5 pt	
<p>2) Montrons que Kerf est une droite vectorielle dont nous préciserons une base.</p> <p>Soit <math>\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}</math> un vecteur de E.</p> $\vec{u} \in \text{Kerf} \Leftrightarrow f(\vec{u}) = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 2y = 0 \\ -x + 2z = 0 \\ 2x - y - 5z = 0 \end{cases} \Leftrightarrow y = -\frac{1}{2}x \text{ et } z = \frac{1}{2}x$ <p>Donc Kerf est un sous espace vectoriel de E engendré le vecteur non nul de coordonnées <math>(1; -\frac{1}{2}; \frac{1}{2})</math>. Donc Kerf est une droite vectorielle dont une base est <math>\vec{u}_1(2; -1; 1)</math>.</p>	0,5 pt	0,25 pt pour la démarche. 0,25 pt pour toute bonne base.

<p><b>3) Montrons que <math>\text{Im}f</math> est un plan vectoriel dont nous préciserons une base.</b>            Soit <math>\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}</math> ; Soit <math>\vec{u}' = x'\vec{i} + y'\vec{j} + z'\vec{k}</math> .  <math display="block">f(\vec{u}) = \vec{u}' \Leftrightarrow \begin{cases} x + 2y = x' \\ -x + 2z = y' \\ 2x - y - 5z = z' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 2y = x' \\ -x + 2z = y' \\ y + z = 2y' + z' \end{cases} \Leftrightarrow x' + 5y' + 2z' = 0</math>            Donc <math>\text{Im}f</math> est un plan vectoriel.            Par ailleurs, <math>\vec{u}' = x'\vec{i} + y'\vec{j} + z'\vec{k} = (-5y' - 2z')\vec{i} + y'\vec{j} + z'\vec{k} = y'(-5\vec{i} + \vec{j}) + z'(-2\vec{i} + \vec{k})</math> .            Donc <math>(\vec{u}_2; \vec{u}_3)</math> est une base de <math>\text{Im}f</math> ; où <math>\vec{u}_2 = -5\vec{i} + \vec{j}</math> et <math>\vec{u}_3 = -2\vec{i} + \vec{k}</math> .</p>	<p><b>0,5 pt</b></p>	<p>0,25 pt pour la démarche.            0,25 pt pour toute bonne base.  <b>Autre démarche :</b>            On a <math>\dim(\text{Im}f) = \dim E - \dim \text{Ker}f = 3 - 1 = 2</math>. Donc <math>\text{Im}f</math> est un plan vectoriel.            Par ailleurs, <math>f(\vec{k}) = -2f(\vec{i}) + f(\vec{j})</math>.            Donc <math>(f(\vec{i}); f(\vec{j}))</math> est une base de <math>\text{Im}f</math>.</p>
<p><b>4) a) Montrons que <math>B'</math> est une base de <math>E</math>.</b>            Soient <math>\alpha, \beta</math> et <math>\gamma</math> des réels tels que <math>\alpha\vec{e}_1 + \beta\vec{e}_2 + \gamma\vec{e}_3 = \vec{0}</math>. On obtient le système  <math display="block">\begin{cases} 2\alpha - \beta + 4\gamma = 0 \\ -\alpha + \beta = 0 \\ \alpha - 2\beta - 2\gamma = 0 \end{cases}</math> et par conséquent <math>\alpha = \beta = \gamma = 0</math>. Ainsi <math>B'</math> est un système libre de 3 vecteurs dans un espace vectoriel de dimension 3, donc <math>B'</math> est une base de <math>E</math>.</p>	<p><b>0,25 pt</b></p>	<p><b>NB : Apprécier toute autre la démarche.</b></p>
<p><b>b) Montrons que <math>\vec{e}_1 \in \text{Ker} f</math> et que <math>(\vec{e}_2, \vec{e}_3)</math> est une base de <math>\text{Im} f</math>.</b>            D'après la question 2), <math>\vec{e}_1 = \vec{u}_1</math> qui est une base de <math>\text{Ker} f</math>, donc <math>\vec{e}_1 \in \text{Ker} f</math>.            D'après la question 3), <math>(f(\vec{i}); f(\vec{j}))</math> est une base de <math>\text{Im}f</math>.  <math>\vec{e}_2 = -f(\vec{i}) = f(-\vec{i})</math> et <math>\vec{e}_3 = 2f(\vec{j}) = f(2\vec{j})</math>, donc <math>(\vec{e}_2, \vec{e}_3)</math> est une base de <math>\text{Im} f</math>.</p>	<p><b>0,5 pt</b></p>	<p><b>NB : Apprécier toute autre la démarche.</b></p>
<p><b>c) Montrons que <math>f(\vec{e}_2) = -3\vec{e}_2 - \frac{1}{2}\vec{e}_3</math> et <math>f(\vec{e}_3) = -8\vec{e}_2 - \vec{e}_3</math>.</b>            D'une part, <math>f(\vec{e}_2) = -f(\vec{i}) + f(\vec{j}) - 2f(\vec{k}) = \vec{i} - 3\vec{j} + 7\vec{k}</math> et <math>-3\vec{e}_2 - \frac{1}{2}\vec{e}_3 = \vec{i} - 3\vec{j} + 7\vec{k}</math>.            Donc <math>f(\vec{e}_2) = -3\vec{e}_2 - \frac{1}{2}\vec{e}_3</math>.            D'autre part, <math>f(\vec{e}_3) = 4f(\vec{i}) - 2f(\vec{k}) = 4\vec{i} - 8\vec{j} + 18\vec{k}</math> et <math>-8\vec{e}_2 - \vec{e}_3 = 4\vec{i} - 8\vec{j} + 18\vec{k}</math>.            Donc <math>f(\vec{e}_3) = -8\vec{e}_2 - \vec{e}_3</math>.</p>	<p><b>0,5 pt</b></p>	<p>0,25 pt pour chaque démarche.</p>
<p><b>d) déduisons-en la matrice <math>A'</math> de <math>f</math> dans la base <math>B'</math>.</b>  <math display="block">A' = \begin{pmatrix} 0 &amp; 0 &amp; 0 \\ 0 &amp; -3 &amp; -8 \\ 0 &amp; -\frac{1}{2} &amp; -1 \end{pmatrix}</math></p>	<p><b>0,25 pt</b></p>	

**EXERCICE 2 : 3,25 points**

1) Exprimons  $x'$  et  $y'$  en fonction de  $x$  et  $y$ .

$M'(x'; y')$  et  $M(x; y)$  deux points du plan complexe d'affixes  $z' = x' + iy'$  et  $z = x + iy$  respectivement.

$$M' = r(M) \Leftrightarrow x' + iy' = \left(\frac{\sqrt{2}}{2} - i\frac{\sqrt{2}}{2}\right)(x + iy). \text{ Donc } \begin{cases} x' = \frac{\sqrt{2}}{2}(x + y) \\ y' = \frac{\sqrt{2}}{2}(-x + y) \end{cases}$$

0,5 pt

0,25 pt pour chaque bonne expression.

2) Montrons que  $M \in (\Gamma) \Leftrightarrow x'^2 = y'$  et déduisons-en que  $(\Gamma)$  est l'image de la courbe  $(C)$  d'équation  $x^2 = y$  par  $r^{-1}$ .

D'une part,

$$\text{On a } \begin{cases} x' = \frac{\sqrt{2}}{2}(x + y) \\ y' = \frac{\sqrt{2}}{2}(-x + y) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\sqrt{2}}{2}(x' - y') \\ y = \frac{\sqrt{2}}{2}(x' + y') \end{cases}$$

$$\text{Et } M \in (\Gamma) \Leftrightarrow x^2 + y^2 + 2xy + \sqrt{2}(x - y) = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}(x' - y')^2 + \frac{1}{2}(x' + y')^2 + (x' - y')(x' + y') + (x' - y') - (x' + y') = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x'^2 - 2y' = 0 \Leftrightarrow x'^2 = y'$$

D'autre part,  $M \in (\Gamma) \Leftrightarrow r(M) \in r(\Gamma) \Leftrightarrow M' \in r(\Gamma)$ , d'où  $r(\Gamma) = (C)$  donc  $(\Gamma) = r^{-1}(C)$ .

0,75 pt

0,5 pt pour la démarche de l'équivalence.  
0,25 pt pour la déduction.

3) Déterminons le foyer et une équation de la directrice de  $(C)$  et déduisons-en ceux de  $(\Gamma)$ .

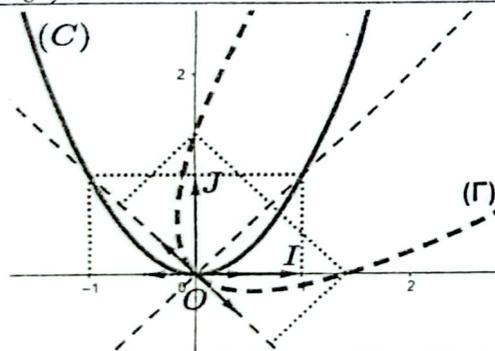
Pour  $(C)$  : le foyer est  $F(0; \frac{1}{4})$  et la directrice est a pour équation  $y = -\frac{1}{4}$ .

Pour  $(\Gamma)$  : le foyer est  $F'(-\frac{\sqrt{2}}{8}; \frac{\sqrt{2}}{8})$  et la directrice est a pour équation  $y = x - \frac{\sqrt{2}}{4}$ .

1 pt

0,25 pt pour chaque foyer.  
0,25 pt pour chaque directrice.

4) Construisons  $(C)$  et  $(\Gamma)$ .



1 pt

0,5 pt pour l'allure de  $(C)$   
0,5 pt pour l'allure de  $(\Gamma)$

EXERCICE 3 : 3 points		
<p>1) Démontrons que la probabilité pour que le point <math>M</math> soit en <math>A</math> est égale à <math>\frac{1}{64}</math>.</p> <p><math>M</math> est en <math>A \Leftrightarrow x = 1</math> et <math>y = -1</math> et <math>z = -1</math>.</p> <p>Ainsi cette probabilité est égale à <math>\frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \left(\frac{1}{4}\right)^3 = \frac{1}{64}</math>.</p>	0,75 pt	0,5 pt pour l'opération 0,25 pt pour le bon résultat de l'opération
<p>2) Démontrons que la probabilité de <math>E_1</math> est égale à <math>\frac{1}{4}</math>.</p> <p><math>M \in (O, \vec{i}) \Leftrightarrow y = 0</math> et <math>z = 0</math>. Donc <math>E_1 = \{(-1; 0; 0), (0; 0; 0), (1; 0; 0)\}</math></p> <p>Ainsi la probabilité de <math>E_1</math> est égale à <math>\frac{1}{4} \times \frac{2}{4} \times \frac{2}{4} + \frac{1}{4} \times \frac{2}{4} \times \frac{2}{4} + \frac{2}{4} \times \frac{2}{4} \times \frac{2}{4} = \frac{16}{64} = \frac{1}{4}</math></p>	0,75 pt	0,5 pt pour l'opération 0,25 pt pour le bon résultat de l'opération.
<p>3) a) Déterminons une équation cartésienne du plan <math>(P)</math>.</p> <p>Le vecteur <math>\vec{n}(1; 1; 1)</math> est normal à <math>(P)</math>, d'où une équation du plan <math>(P)</math> est <math>x + y + z + d = 0</math>. Par ailleurs le plan <math>(P)</math> passe par le point <math>O</math>; d'où <math>d = 0</math>. Donc une équation cartésienne du plan <math>(P)</math> est <math>x + y + z = 0</math>.</p>	0,5 pt	0,25 pt pour la démarche. 0,25 pt pour une bonne équation.
<p>b) Calculons la probabilité de <math>E_2</math>.</p> <p><math>M \in (P) \Leftrightarrow x + y + z = 0</math>. Les points de coordonnées <math>(-1; 0; 1)</math> et <math>(0; 0; 0)</math> appartiennent à <math>(P)</math>. Les coordonnées de tous les autres points sont des permutations des coordonnées <math>(-1; 0; 1)</math>. D'où la probabilité de <math>E_2</math> est égale à <math>3! \times \frac{1}{4} \times \frac{2}{4} \times \frac{1}{4} + \left(\frac{2}{4}\right)^3 = \frac{5}{16}</math>.</p>	1 pt	0,75 pt pour toute bonne démarche. 0,25 pt pour le résultat.
EXERCICE 4 : 4 points		
<p>1) Démontrons que <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} f_\alpha(x) = -\infty</math></p> <p><math>\lim_{x \rightarrow +\infty} f_\alpha(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} [(\alpha - 1)\ln x - \alpha \ln x] = \lim_{x \rightarrow +\infty} [-\ln x] = -\infty</math></p>	0,25 pt	Apprécier toute autre démarche
<p>2) Déterminons suivant les valeurs de <math>\alpha</math>, <math>\lim_{x \rightarrow 0} f_\alpha(x)</math>.</p> <p><math>\lim_{x \rightarrow 0} f_\alpha(x) = \lim_{x \rightarrow 0} (\alpha - 1)\ln x = \begin{cases} +\infty, &amp; \text{si } \alpha &lt; 1 \\ 0, &amp; \text{si } \alpha = 1. \\ -\infty, &amp; \text{si } \alpha &gt; 1 \end{cases}</math></p>	0,75 pt	0,25 pt pour chaque cas.
<p>3) Etudions le sens des variations de la fonction <math>f_\alpha</math>.</p> <p>Soit un réel <math>\alpha</math>. <math>f_\alpha</math> est dérivable sur <math>]0; +\infty[</math> et pour tout <math>x \in ]0; +\infty[</math>, <math>f'_\alpha(x) = \frac{-x + \alpha - 1}{x(x+1)}</math>.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Si <math>\alpha &gt; 1</math>, alors <math>\alpha - 1 &gt; 0</math> et <math>-x + \alpha - 1 &gt; 0 \Leftrightarrow x &lt; \alpha - 1</math>. D'où <math>f_\alpha</math> est strictement croissante sur <math>]0; \alpha - 1[</math> et <math>f_\alpha</math> est décroissante sur <math>[\alpha - 1; +\infty[</math>.</li> <li>- Si <math>\alpha = 1</math>, alors <math>f'_\alpha(x) &lt; 0</math>, d'où <math>f_\alpha</math> est strictement décroissante sur <math>]0; +\infty[</math>.</li> <li>- Si <math>\alpha &lt; 1</math>, alors <math>\alpha - 1 &lt; 0</math> et <math>-x + \alpha - 1 &lt; 0 \Leftrightarrow x &gt; \alpha - 1</math> avec <math>x &gt; 0</math>, d'où <math>f'_\alpha(x) &lt; 0</math>. Donc <math>f_\alpha</math> est strictement décroissante sur <math>]0; +\infty[</math>.</li> </ul>	0,75 pt	0,25 pt pour chaque variation suivant respectivement : $\alpha < 1$ , $\alpha = 1$ et $\alpha > 1$ .

<p>4) a) Calculons <math>f(7)</math> et déduisons-en le signe de <math>f</math> sur <math>]0; +\infty[</math>.</p> $f(7) = 7\ln 7 - 8\ln 8 = 7\ln 7 - 24\ln 2 = \ln \frac{7^7}{8^8} = \ln \frac{7^7}{2^{24}}.$ <p><math>f = f_8</math> atteint son maximum <math>\ln \frac{7^7}{8^8}</math> en 7 ; or <math>\ln \frac{7^7}{8^8} &lt; 0</math>, donc <math>f(x) &lt; 0</math> pour tout <math>x \in ]0; +\infty[</math>.</p>	0,5 pt	0,25 pt pour le bon résultat de $f(7)$ . 0,25 pt pour le signe de $f$ sur $]0; +\infty[$ .
<p>b) Déterminons à l'aide d'une intégration par parties, la primitive <math>L</math> de la fonction <math>:x \mapsto \ln x</math> qui s'annule en 1.</p> <p>On pose <math>v(x) = \ln x</math> et <math>u'(x) = 1</math>. D'où <math>v'(x) = 1/x</math> et <math>u(x) = x</math>.</p> <p>Ainsi <math>L(x) = x \ln x - x + k</math>. De <math>L(1) = 0</math>, on a <math>k = 1</math> et donc <math>L(x) = x \ln x - x + 1</math>.</p>	0,25 pt	
<p>c) Déterminons en unités d'aires, l'aire <math>\mathcal{A}</math> de la partie du plan délimitée par la courbe de <math>f</math>, l'axe des abscisses et les droites d'équations <math>x = 1</math> et <math>x = 7</math>.</p> <p>La fonction <math>F</math> telle que <math>F(x) = 7(x \ln x - x + 1) - 8((x+1) \ln(x+1) - x)</math> est une primitive de <math>f</math>. <math>F(x) = 7x \ln x - 7x + 7 - 8(x+1) \ln(x+1) + 8x</math></p> $= 7x \ln x - 8(x+1) \ln(x+1) + x + 7$ $\mathcal{A} = -\int_1^7 f(x) dx \text{ u.a.} = -[7x \ln x - 8(x+1) \ln(x+1) + x + 7]_1^7 \text{ ua}$ $= -(49 \ln 7 - 8 \times 8 \ln 8 + 7 + 7) + (-16 \ln 2 + 8) \text{ ua} = (64 \ln 8 - 49 \ln 7 - 16 \ln 2 - 6) \text{ ua}$ $= (192 \ln 2 - 49 \ln 7 - 16 \ln 2 - 6) \text{ ua} = (176 \ln 2 - 49 \ln 7 - 6) \text{ ua}$	0,5 pt	0,25 pt pour la démarche. 0,25 pt pour le résultat.
<p>5) a) Démontrons que <math>U_n = -\ln[(n+1)!] - 7\ln(n+1)</math>.</p> <p>Soit <math>n \geq 1</math>.</p> $U_n = \sum_{k=1}^n f(k) = \sum_{k=1}^n (7\ln k - 8\ln(k+1)) = 7 \sum_{k=1}^n \ln k - 8 \sum_{k=1}^n \ln(k+1)$ $= 7 \sum_{l=1}^n \ln l - 8 \sum_{l=2}^{n+1} \ln l \text{ avec } l = k+1$ $= 7 \sum_{l=1}^n \ln l - 8 \sum_{l=2}^n \ln l - 8 \ln(n+1)$ $= -\sum_{k=1}^n \ln k - 8 \ln(n+1) \text{ avec } k = l$ $= -(\ln 2 + \ln 3 + \dots + \ln n) - \ln(n+1) - 7\ln(n+1)$ $= -\ln(2 \times 3 \times \dots \times n + 1) - 7\ln(n+1). \text{ Donc } U_n = -\ln[(n+1)!] - 7\ln(n+1).$	0,5 pt	0,25 pt pour le passage des sommes aux produits 0,25 pt la simplification de la différence des deux produits obtenus
<p>b) Déduisons-en que <math>U_n \leq -\ln n</math> et donnons <math>\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n</math>.</p> <p>- Soit <math>n \geq 1</math>. On a <math>(n+1)! \times (n+1)^7 \geq n</math>, d'où <math>\ln((n+1)! \times (n+1)^7) \geq \ln n</math>. Par conséquent <math>-\ln[(n+1)!] - 7\ln(n+1) \leq -\ln n</math>. Donc <math>U_n \leq -\ln n</math>.</p> <p>- On a <math>\lim_{n \rightarrow +\infty} (-\ln n) = -\infty</math> et <math>U_n \leq -\ln n</math>, donc <math>\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = -\infty</math>.</p>	0,5 pt	0,25 pt pour la déduction. 0,25 pt pour la limite.

**PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES (6,75 points)**

**Références et solutions**

	<b>Critères</b>	<b>Indicateurs et barèmes</b>
<p><b>Tâche 1 : Déterminons le nombre maximal de malades que peut accueillir l'espace aménagé par le Maire.</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- <u>Calculons une primitive de la fonction <math>x \mapsto (x + 1)e^{\frac{1}{12}x}</math>.</u></li> </ul> <p>On pose <math>u(x) = x + 1</math> et <math>v'(x) = e^{\frac{1}{12}x}</math>. D'où <math>u'(x) = 1</math> et <math>v'(x) = 12e^{\frac{1}{12}x}</math>. Cette primitive est la fonction <math>x \mapsto (12x - 132)e^{\frac{1}{12}x}</math></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- <u>Calculons l'aire de l'espace aménagé par le Maire.</u></li> </ul> <p>Cette aire est égale à <math>(\int_0^1 (x + 1)e^{\frac{1}{12}x}) \times 100^2 \approx 15\,715,14 \text{ m}^2</math>.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- <u>Déterminons le nombre maximal de malades que peut accueillir cet espace.</u></li> </ul> <p><math>15\,715,14 \div 4 \approx 3\,928,785</math>. Soit 3 929 malades.</p>	<p><b>C<sub>1</sub> : Interprétation correcte de la situation</b></p>	<p>0,25 pt pour l'évocation d'un calcul de primitive. 0,25 pt pour l'évocation du calcul d'aire de l'espace aménagé. 0,25 pt pour l'évocation du calcul du nombre maximal de malades.</p>
	<p><b>C<sub>2</sub> : Utilisation correcte des outils</b></p>	<p>0,25 pt pour toute primitive de la fonction <math>x \mapsto (x + 1)e^{\frac{1}{12}x}</math>. 0,25 pt pour 15 715,14 ou toute valeur approchée. 0,25 pt pour 3 928. <b>NB</b> : Accepter aussi 3 928 malades ou 3 930 malades</p>
	<p><b>C<sub>3</sub> : Cohérence</b></p>	<p>0,75 pt pour tout bon enchaînement du raisonnement. <b>NB</b> : Apprécier le bon enchaînement des calculs même si mauvaise interprétation ou mauvaise utilisation des outils.</p>
<p><b>Tâche 2 : Déterminons dans ces conditions le temps au bout duquel l'immunité collective sera atteinte si on néglige le nombre de nouveau-nés durant cette période.</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- <u>Déterminons le nombre <math>h(t)</math> d'habitants contaminés de ce pays à l'instant <math>t</math> (en mois).</u></li> </ul> <p>La vitesse de propagation <math>h'(t)</math> à un instant <math>t</math> de la maladie étant proportionnelle au nombre de contaminée au même instant, on a <math>h'(t) = kh(t)</math>. D'où <math>h(t) = \lambda e^{kt}</math>. En plus, de <math>h(2) = 3\,000</math> et <math>h(4) = 12\,000</math>, on obtient <math>\lambda = 3\,000e^{-2\ln 2}</math> et <math>k = \ln 2</math>.</p> <p>Donc <math>h(t) = 3\,000e^{(t-2)\ln 2}</math>.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- <u>Déterminons le nombre d'habitants de cette population pour lequel l'immunité est collective.</u></li> </ul> <p>Ce nombre est égal à <math>\frac{20\,000\,000 \times 60}{100} = 12\,000\,000</math>.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- <u>Déterminons le temps (en mois) au bout duquel l'immunité est collective.</u></li> </ul> <p>Il s'agit de déterminer <math>t</math> tel que <math>h(t) = 12\,000\,000</math>, c'est-à-dire <math>3\,000e^{(t-2)\ln 2} = 12\,000\,000</math>. D'où <math>t = \frac{\ln(4\,000)}{\ln 2} + 2</math>, soit 14 mois.</p>	<p><b>C<sub>1</sub> : Interprétation correcte de la situation</b></p>	<p>0,25 pt pour l'évocation d'une équation différentielle. 0,25 pt pour tout calcul menant au nombre d'habitant pour lequel l'immunité est collective. 0,25 pt pour tout processus menant à la détermination du temps au bout duquel l'immunité est collective.</p>
	<p><b>C<sub>2</sub> : Utilisation correcte des outils</b></p>	<p>0,25 pt pour toute équation différentielle équivalente juste. 0,25 pt pour 12 000 000. 0,25 pt pour 14.</p>
	<p><b>C<sub>3</sub> : Cohérence</b></p>	<p>0,75 pt pour tout bon enchaînement du raisonnement. <b>N.B.</b> Apprécier le bon enchaînement des calculs même si mauvaise interprétation ou mauvaise utilisation des outils.</p>

**Tâche 3 : Déterminons l'instant à partir duquel le sérum sera efficace.**

- Déterminons la quantité de sérum restant après  $n$  doses de sérum.

Après la 1<sup>ère</sup> dose, soit début 2<sup>e</sup> dose s'écoulent 12 heures et il reste  $e^{-\frac{12}{36}}$ .

Après la 2<sup>e</sup> dose, soit début 3<sup>e</sup> dose s'écoulent 24 heures et il reste  $e^{-\frac{12}{36}} + e^{-\frac{24}{36}}$ .

Après la 3<sup>e</sup> dose, soit début 4<sup>e</sup> dose s'écoulent 36 heures et il reste  $e^{-\frac{12}{36}} + e^{-\frac{24}{36}} + e^{-\frac{36}{36}}$ .

.....

Après la  $(n-2)$ <sup>e</sup> dose, soit début  $(n-1)$ <sup>e</sup> dose s'écoulent  $12 \times (n-2)$  heures et il reste

$$e^{-\frac{12}{36}} + e^{-\frac{24}{36}} + e^{-\frac{36}{36}} + \dots + e^{-\frac{12(n-2)}{36}}$$

Après la  $(n-1)$ <sup>e</sup> dose, soit début  $n$ <sup>e</sup> dose s'écoulent  $12 \times (n-1)$  heures et il reste

$$e^{-\frac{12}{36}} + e^{-\frac{24}{36}} + e^{-\frac{36}{36}} + \dots + e^{-\frac{12(n-2)}{36}} + e^{-\frac{12(n-1)}{36}}$$

Après la  $n$ <sup>e</sup> dose, la quantité de sérum qui reste dans l'organisme est égale à :

$$e^{-\frac{12}{36}} + e^{-\frac{24}{36}} + e^{-\frac{36}{36}} + \dots + e^{-\frac{12(n-2)}{36}} + e^{-\frac{12(n-1)}{36}} + e^{-\frac{12n}{36}}$$

- Déterminons l'ordre de la dose à partir duquel le sérum sera efficace.

Si  $n$  est cet ordre, Il faut que  $e^{-\frac{12}{36}} + e^{-\frac{12}{36} \times 2} + \dots + e^{-\frac{12}{36}(n-1)} + e^{-\frac{12}{36}n} \geq 2$ , c'est-à-dire que

$$e^{-\frac{1}{3}} + e^{-\frac{1}{3} \times 2} + \dots + e^{-\frac{1}{3}(n-1)} + e^{-\frac{1}{3}n} \geq 2 \text{ d'où } e^{-\frac{1}{3}} \times \frac{1 - \left(e^{-\frac{1}{3}}\right)^n}{1 - e^{-\frac{1}{3}}} \geq 2.$$

Ainsi  $n \times \left(-\frac{1}{3}\right) \leq -3 \ln \left(1 - 2e^{\frac{1}{3}} \left(1 - e^{-\frac{1}{3}}\right)\right)$ . Donc  $n \geq 4,6994 \dots$ . D'où  $n = 5$

- Déterminons l'instant à partir duquel le sérum sera efficace.

C'est à partir de l'instant  $12 \times n$ , soit 60 heures.

**NB : Attribuer 1pt à chaque candidat pour l'intensité de la complexité de la tâche 3).**

**C<sub>1</sub> :**  
**Interprétation**  
**correcte de la**  
**situation**

0,25 pt pour l'évocation du calcul menant à la quantité de sérum restant.  
0,25 pt pour l'évocation du processus menant à la détermination de l'ordre de la dose pour l'efficacité.  
0,25 pt pour l'évocation du calcul menant à l'instant de l'efficacité du sérum.

**C<sub>2</sub> :**  
**Utilisation**  
**correcte des**  
**outils**

0,25 pt pour  $e^{-\frac{12}{36}} + e^{-\frac{24}{36}} + e^{-\frac{36}{36}} + \dots + e^{-\frac{12(n-2)}{36}} + e^{-\frac{12(n-1)}{36}} + e^{-\frac{12n}{36}}$   
0,25 pt pour  $n \geq 4,6994 \dots$   
0,25 pt pour 56, 39 ou 60  
N.B. : Accepter toute autre valeur approchée.

**C<sub>3</sub> :**  
**Cohérence**

0,75 pt pour tout bon enchaînement du raisonnement.  
**NB** : Apprécier le bon enchaînement des calculs même si mauvaise interprétation  
**NB** : Apprécier toute autre démarche

Yaoundé le ..... 2025

Le Président du jury d'harmonisation

*Pokam Roger*

/PLEG  
IPN / MATHS

Page 7 sur 7

699870473