

BACCALAUREAT SESSION DE : JUIN 2022
 EPREUVE DE : MATHÉMATIQUES
 SERIE : D
 DUREE : 4 HEURES
 COEFFICIENT : 04
 DOCUMENTS AUTORISÉS : NEANT



EXERCICE 1: (05 points)

On considère dans l'ensemble \mathbb{C} l'équation (E) suivant:

$$(E) : z^3 - (2 + 3i)z^2 + 2(5 + 3i)z - 20 = 0.$$

- 1) Montrer que l'équation (E) admet deux solutions imaginaires à déterminer. (1 point)
- 2) Déterminer le nombre complexe u pour que l'équation (E) s'écrive sous la forme $(z + 2i)(z - 5i)(z + u) = 0$. (0,5 point)
- 3) En déduire la résolution dans \mathbb{C} de l'équation (E) . (1 point)
- 4) On munit le plan complexe d'un repère orthonormal $(O; \vec{u}, \vec{v})$.
 On considère les points A, B, C et D d'affixes respectives $z_A = 2$, $z_B = 5i$, $z_C = -2 + 3i$ et $z_D = -2i$.
 - a) Placer les points A, B, C et D dans le repère. (0,5point)
 - b) Montrer que le quadrilatère $ABCD$ est un parallélogramme. (0,5point)
- 5) Soit S la similitude plane directe qui transforme A en B et D en C .
 - a) Montrer que l'expression complexe de S est $z' = z - 1 + 2i$. (0,5point)
 - b) Montrer que S est une translation. (0,5point)
 - c) En déduire les coordonnées de \vec{u} vecteur de la translation S . (0,5point)

EXERCICE 2: (05 points)

On considère un plan vectoriel E muni d'une base canonique (\vec{i}, \vec{j}) .

Soit H et G deux sous-espaces vectoriels de E tels que $H = \{(x, y) \in E / 3x - 2y = 0\}$ et $G = \{(x, y) \in E / 3x - y = 0\}$.

- 1) Justifier que H et G sont deux droites vectorielles engendrées respectivement par $\vec{e}_1 = 2\vec{i} + 3\vec{j}$ et $\vec{e}_2 = \vec{i} + 3\vec{j}$. (1 point)
- 2) Montrer que H et G sont deux sous-espaces vectoriels supplémentaires de E . (1 point)
- 3) On considère f une projection vectorielle de E de direction H et de base G .
 - a) Exprimer $f(\vec{e}_1)$ et $f(\vec{e}_2)$ en fonction de \vec{e}_1 et \vec{e}_2 . (1 point)
 - b) Montrer que $f(\vec{i}) = -\vec{i} - 3\vec{j}$ et $f(\vec{j}) = \frac{2}{3}\vec{i} + 2\vec{j}$. (1 point)
 - c) Soit $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j}$ et $\vec{u}' = x'\vec{i} + y'\vec{j}$ tels que $\vec{u}' = f(\vec{u})$.

Déterminer l'expression analytique de f .

(0,5 point)

d) Déterminer l'image de la projection vectorielle f .

(0,5 point)

EXERCICE 3: (07 points)

On considère la fonction numérique f de la variable réelle x définie sur \mathbb{R} par:

$$\begin{cases} f(x) = -e^{\frac{1}{x}} + 1 & , \quad \text{si } x < 0 \\ f(x) = x + 1 - \ln(x + 1) & , \quad \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

On désigne par (\mathcal{C}) la représentation graphique de f dans un repère orthonormé $(O; \vec{u}, \vec{v})$ du plan. Unité graphique : 2cm.

- 1) Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$. (1 point)
- 2) Etudier la continuité de f en 0. (0,5 point)
- 3) Etudier la dérivabilité de f en 0. On rappelle que $\lim_{x \rightarrow +\infty} x e^{-x} = 0$. (1 point)
- 4) Soit f' la dérivée de f . Calculer $f'(x)$ suivant les valeurs de x . (1 point)
- 5) Etudier le signe de $f'(x)$. (0,5 point)
- 6) Dresser le tableau de variation de f . (0,5 point)
- 7) Montrer que le point de (\mathcal{C}) d'abscisse 0 est un point d'inflexion de (\mathcal{C}) . (0,5 point)
- 8)
 - a) Etudier les branches infinies à (\mathcal{C}) . (1 point)
 - b) Pour $x \geq 0$, étudier la position de (\mathcal{C}) par rapport à la droite (d) d'équation $y = x$. (0,5 point)
- 9) Tracer la courbe (\mathcal{C}) . (0,5 point)

EXERCICE 4: (03 points)

Le tableau ci-dessous indique l'évolution du poids y_i en kilogrammes d'un chien de garde pendant six semaines.

| Rang de la semaine x_i | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|--------------------------|-----|-----|-----|-----|----|------|
| Poids du chien y_i | 8,6 | 8,8 | 9,3 | 9,6 | 10 | 10,7 |

- 1) a) Montrer que les moyennes \bar{X} et \bar{Y} sont telles que $\bar{X} = 3,5$ et $\bar{Y} = 9,5$. (0,5 point)
- b) Vérifier que la variance de X est $V(X) = 2,91$. (0,5 point)
- c) Calculer la covariance de X et Y . (0,5 point)
- 2) Montrer que l'équation de la droite de régression de Y en X est $(d) : y = 0,412x + 8,06$ par la méthode des moindres carrés. (01 point)
- 3) Estimer le poids de ce chien à la huitième semaine. (0,5 point)