MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT PRESCOLAIRE, PRIMAIRE, SECONDAIRE ET DE L'ALPHABETISATION
****
CABINET
****
DIRECTION DES EXAMENS ET CONCOURS
****
SERVICE DU BACCALAUREAT
****

REPUBLIQUE DU CONGO
Unité-Travail-Progrès
****

BACCALAUREAT SESSION DE	: JUIN 2023
EPREUVE DE	: MATHEMATIQUES
SERIE	:D
DUREE	: 4 HEURES
COEFFICIENT	:04
DOCUMENTS AUTORISES	:NEANT

EXERCICE 1 : (5 points)

On considère dans l'ensemble C des nombres complexes le polynôme
$P(z) = z^4 + (4-2i)z^2 - 8i$.

1) Montrer que, pour tout nombre complexe z, $P(z) = (z^2 - 2i)(z^2 + 4)$. (0.5 point)
2) Déterminer les racines carrées de $2i$. On donnera les résultats sous forme algébrique. (0.5 point)
3) Résoudre dans C l'équation $P(z) = 0$. (1 point)
4) Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé $(O;\vec{u},\vec{v})$, on considère les points A, B, C et D d'affixes respectives $z_A = -1-i$, $z_B = -2i$, $z_C = 1+i$ et $z_D = 2i$.
   a) Montrer que le quadrilatère $ABCD$ est un parallélogramme (0,5 point)
   b) Tracer le parallélogramme $ABCD$. (0.5 point)
5) Soit t la similitude plane directe qui, à tout point M d'affixe z, associe le point M' tel que $\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{AD}$.
   a) Montrer que $z' = z + 1 + 3i$. (0.5 point)
   b) Donner la nature et caractériser t. (1 point)
   c) Calculer l'affixe du point B' image de B par la translation t. (0.5 point)

EXERCICE 2 : (5 points)

Le plan vectoriel E est muni d'une base canonique $(\vec{i},\vec{j})$. Soit f une symétrie vectorielle de E telle que : $f(2\vec{i} - 3\vec{j}) = 2\vec{i} - 3\vec{j}$ et de direction D engendrée par $\vec{e_1} = \vec{i} - \vec{j}$.

1) Montrer que $f(\vec{i}) = -5\vec{i} + 6\vec{j}$ et $f(\vec{j}) = -4\vec{i} + 5\vec{j}$. (1 point)
2) Donner la matrice M de f dans la base $(\vec{i},\vec{j})$. (0.5 point)

3) Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs de E tels que $\vec{u'} = f(\vec{u})$ avec $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j}$ et $\vec{u'} = x'\vec{i} + y'\vec{j}$.

a) Démontrer que l'expression analytique de f est :
$\begin{cases} x' = -5x - 4y \\ y' = 6x + 5y \end{cases}$. (0.5 Point)

b) Soit $\vec{e} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$; Exprimer $f \circ f(\vec{e})$ en fonction de $\vec{i}$ et $\vec{j}$. (0.5 point)

c) On remarque que $f(\vec{e}) = \vec{e}$; Que peut-on dire du vecteur $\vec{e}$? Quel est l'élément caractéristique de f engendré par $\vec{e}$? (1 point)

4) Justifier que f est une bijection de E ; En déduire l'image et le noyau de f. (1.5 point)

EXERCICE 3 : (7 points)

On considère les fonctions numériques u et f de la variable réelle x définies sur $]0;+\infty[$ par :

$u(x) = -x\ln(x) + x$ et $f(x) = (-x\ln(x) + x)^2$.

On désigne par (C) la représentation graphique de la fonction f dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$ du plan ; unité graphique : 2 cm.

1) Calculer $\lim\limits_{0} u$ et $\lim\limits_{+\infty} u$. (1 point)

2) Soit u' la dérivée de la fonction u. Calculer $u'(x)$ et étudier le signe de $u'(x)$. (1 point)

3) Dresser le tableau de variations de u. (0.5 point)

4)

a) Montrer que l'équation $u(x) = 0$ admet une solution unique α et que $2{,}7 < \alpha < 2{,}8$. (0.5 point)

b) Donner le signe de $u(x)$ suivant les valeurs de x. (0.5 point)

5) Calculer $\lim\limits_{0} f$ et $\lim\limits_{+\infty} f$. (0.5 point)

6) Soit f' la dérivée de f ; Montrer que pour tout réel $x > 0$, $f'(x) = -2u(x)\ln(x)$. (0.5 point)

7) Etudier le signe de $f'(x)$ pour tout réel $x > 0$. (0.5 point)

8) Dresser le tableau de variation de f. (0.5 point)

9) Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x}$ et interpréter géométriquement le résultat. (1 point)

10) Tracer la courbe (C). On admet que l'ensemble $(C) \cup \{(0;0)\}$ admet au point $(0;0)$ une demi-tangente parallèle à l'axe des abscisses. (0.5 point)

Exercice4 : (3 points)

Le tableau suivant donne le nombre x_i des membres des coopératives et la production en tonnes y_i de manioc de ces coopératives en zones rurales.

	36	42	48	54	60	b
x_i	11,8	14	12,6	15	a	15,1
y_i						

Le plan est muni d'un repère orthogonal $(O;\vec{i},\vec{j})$; Les droites de régressions linéaires de y en x et de x en y ont pour équations cartésiennes respectives $(D_1): y = 0{,}11x + 8{,}317$ et $(D_2): x = 6{,}25y - 36{,}375$

1) Déterminer les valeurs exactes des coordonnées $\overline{x}$ et $\overline{y}$ du point moyen du nuage G. (0.5 point)
2) Déterminer les valeurs a et b dans le cas où $G(51;14)$. (1 point)
3) Calculer le coefficient de corrélation linéaire. (0.5 point)
4) Une coopérative de 70 personnes a eu une production de manioc de 16,2 tonnes ; Cela vous pourrait-il normal ? Justifier la réponse. (1 point)