MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT PRESCOLAIRE, PRIMAIRE, SECONDAIRE ET DE L'ALPHABETISATION

****

CABINET

****

DIRECTION DES EXAMENS ET CONCOURS

****

SERVICE DU BACCALAUREAT

****

REPUBLIQUE DU CONGO
Unité-Travail-Progrès

RC BAC MD-DM 2024 MEPPSA

BACCALAUREAT SESSION DE	: JUIN 2024
EPREUVE DE	: MATHEMATIQUES
SERIE	:D
DUREE	: 4 HEURES
COEFFICIENT	:04
DOCUMENTS AUTORISES	:NEANT

Exercice1 : (5 points)

Le plan complexe (P) est rapporté à un repère orthonormé $(O;\vec{u},\vec{v})$. On désigne par S l'application qui, à tout point M de coordonnées (x,y) associe le point M' de coordonnées (x',y') telles que :

$$\begin{cases} x' = -x - y + 2 \\ y' = x - y - 1 \end{cases}$$

1) Déterminer l'affixe z' de M' en fonction de l'affixe z de M. (1 point)
2) On considère A, B et C trois points du plan d'affixes respectives $z_A = 1$, $z_B = -2 + i$ et $z_C = 3 - 4i$; Soit u un nombre complexe tel que $u = \dfrac{z_A - z_C}{z_A - z_B}$;
   a) Déterminer la forme algébrique de u. (1 point)
   b) Déterminer le module et un argument de u. (1 point)
3) On considère h la similitude plane directe qui laisse invariant le point A et qui transforme B en C.
   a) Supposons que le point M' d'affixe z' est l'image du point M l'affixe z par la similitude plane directe h ; Montrer que z' s'écrit de la forme : $z' = (i-1)z + 2 - i$; (1 point)
   b) En déduire l'angle θ et le rapport k de h. (1 point)

Exercice 2 : (5 points)

Le plan vectoriel E est muni de la base canonique $(\vec{i},\vec{j})$ et f un endomorphisme de E défini par :

$$f : \begin{cases} x' = 10x + 4y \\ y' = -10x - 4y \end{cases}$$

1) Déterminer $Kerf$, le noyau de f. (0.5 point)
2) Déterminer imf, l'image de f. (0.5 point)
3) Soient E_1 et E_2 deux sous-espaces vectoriels de E ; $\vec{e_1} = -2\vec{i} + 5\vec{j}$ et $\vec{e_2} = -\vec{i} + \vec{j}$ deux vecteurs de E.
   a) Montrer que $(\vec{e_1},\vec{e_2})$ est une base de E. (0.5 point)
   b) Montrer que E_1 et E_2 sont deux sous-espaces vectoriels supplémentaires de E. (1 point)
4) On donne $\vec{e_3} = \vec{i} + 5\vec{j}$.

a) Montrer que la famille $(\overrightarrow{e_1}, \overrightarrow{e_2})$ est une famille libre de E ; (0.5 point)

b) Déterminer les réels α et β tels que $\overrightarrow{e_3} = \alpha\overrightarrow{e_1} + \beta\overrightarrow{e_2}$. (0.5 point)

5) On admet que $f(\overrightarrow{e_1}) = \vec{o}$ et $f(\overrightarrow{e_2}) = \overrightarrow{e_2}$.

a) Montrer que $f(\vec{i}) = 10\vec{i} - 10\vec{j}$ et $f(\vec{j}) = 4\vec{i} - 4\vec{j}$. (1 point)

b) En déduire la matrice de f dans la base $(\vec{i}, \vec{j})$. (0.5 point)

Exercice3 : (7 points)

On considère la fonction numérique f de la variable réelle x définie sur IR par :

$$\begin{cases} f(x) = e^{1-x}, \text{si } x \le 1 \\ f(x) = 1-(x-1)\ln(x-1), \text{si } x \succ 1 \end{cases}$$

On désigne par (C) la représentation graphique de la fonction f dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$ du plan. Unité graphique :2 cm.

1) Calculer $\lim\limits_{-\infty} f$ et $\lim\limits_{+\infty} f$. (0.5 point)
2) Etudier la continuité de f en 1. (0.5 point)
3) Etudier la dérivabilité de la fonction f en 1 et interpréter géométriquement les résultats obtenus. (1.5 point)
4) On désigne par f' la dérivée de f. Calculer $f'(x)$ suivant les valeurs de x. (1 point)
5) Etudier le signe de $f'(x)$ suivant les valeurs de x. (0.5 point)
6) Dresser le tableau de variation de f. (0.5 point)
7) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique α et que $2{,}7 \prec \alpha \prec 2{,}8$. (0.5 point)
8) Etudier les branches infinies à (C). (1 point)
9) Tracer la courbe (C) ;On placera dans le repère le point de (C) d'abscisse 0. (1 point)

Exercice4 : (3 points)

Une expérience aléatoire consiste à jeter une fois un dé pipé à six faces numérotées :1, 2, 3, 4, 5, 6. On désigne par P_i la probabilité d'apparition de la face supérieure portant le chiffre i, avec i un entier naturel et $1 \le i \le 6$, tel que : $P_1 = P_3$, $P_2 = P_4$, $P_5 = P_6 = 2P_1$ et $2P_1 = 3P_2$.

1) Montrer que $P_1 = \dfrac{3}{22}$. (1 point)
2) On considère la variable aléatoire X qui prend la valeur de la face supérieure de ce dé. La loi de probabilité de X est donnée par le tableau suivant :

$X = x_i$	1	2	3	4	5	6
P_i	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6

a) Déterminer la loi de probabilité de X. (1 point)

b) Montrer que $E(X) = \dfrac{45}{11}$. (0.5 point)

c) Calculer $V(X)$, la variance de X. (0.5 point)